

Temperatura tworzywa w kanale ślimaka oraz w szczelinie

Jacek Iwko

Wyznaczenie profilu temperatury na długości kanału ślimaka w strefie stapiania jest bardzo ważną częścią modelu symulacyjnego. Znajomość temperatury pozwala bowiem na wyznaczenie innych ważnych charakterystyk procesu wtryskiwania, takich jak profil ciśnienia, pobór mocy przez ślimak czy moment obrotowy na ślimaku.

Do obliczenia profilu temperatury (oraz ciśnienia) tworzywa w strefie stapiania właściwego zastosowano własną metodę opartą na wynikach analizy dwuwymiarowego, nieizotermicznego przepływu cieczy potęgowej o lepkości danej wzorem (12a) w płaskim kanale ślimaka o określonej wysokości H oraz szerokości W przy założeniu, że temperatura w dowolnym przekroju kanału jest w przybliżeniu stała, a zmienia się jedynie wzdłuż osi kanału [183, 197]. Metoda ta zakłada, że przepływ ten można opisać układem równań [171, 173]:

$$\chi \int_0^1 (\eta - \eta_x) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bx}^*}{v_0} \quad (86a)$$

$$\int_0^1 (\eta - \eta_z) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bz}^*}{v_0} F_d \quad (86b)$$

$$\chi \int_0^1 \eta (\eta - \eta_x) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bx}^*}{v_0} \quad (86c)$$

$$\int_0^1 \eta (\eta - \eta_z) \Phi(\eta) d\eta = \frac{V_{bz}^*}{v_0} F_d - \frac{\dot{q}_z}{WH v_0} \quad (86d)$$

gdzie:

$$\Phi(\eta) = [(\eta - \eta_z)^2 + \chi^2 (\eta - \eta_x)^2]^{\frac{1-n}{2n}} \quad (87)$$

$$v_0 = H \left| \frac{\partial p}{\partial z} \right| F_p \frac{H}{k_0} \exp [a (T - T_m)] \left| \frac{1}{n} \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \right| \quad (88)$$

F_d i F_p – współczynniki kształtu dla przepływu wleczonemu i ciśnieniowego, wyznaczane analogicznie jak dla cieczy newtonowskiej ze wzorów:

$$F_d = \frac{16W}{\pi^3 H} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^3} \tanh \left[\frac{(2i+1)\pi H}{2W} \right] \quad (89)$$

$$F_p = 1 - \frac{192H}{\pi^5 W} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^5} \tanh \left[\frac{(2i+1)\pi W}{2H} \right] \quad (90)$$

\dot{q}_z – skorygowane, objętościowe natężenie przepływu wzdłuż osi kanału, wyznaczone z zależności (129)

V_{bx}^* i V_{bz}^* – składowe prędkości cylindra, zdefiniowane jako

$$V_{bx}^* = V_b \frac{\sin(\varphi_0 - \gamma)}{\cos \gamma} \quad (91)$$

$$V_{bz}^* = V_b \frac{\cos(\varphi_0 - \gamma)}{\cos \gamma} \quad (92)$$

Wielkości η_x , η_z i χ są stałymi całkowania, natomiast n oraz k_0 – stałymi równania potęgowego.

Powyższe wyrażenia można łatwo przystosować do innych równań lepkości zależnych od naprężenia. Przykładowo, stosując funkcję Kohlrauscha jako równanie konstytutywne, pewnym zmianom ulegną jedynie wielkości $\Phi(\eta)$ i v_0 zdefiniowane wzorami (87) i (88). Konieczność przeddefiniowania wielkości $\Phi(\eta)$ i v_0 dotyczy praktycznie wszystkich uogólnionych cieczy newtonowskich, których lepkość można przedstawić jako funkcję naprężenia.

Wykorzystując bardzo dobre przybliżenie udowodnione przez Tornera [196], równania (86-88) mogą być użyte do opisu przepływów izotermicznych, jak i nieizotermicznych. Jak wynika ze wzoru (88), w tych samych warunkach hydrodynamicznych i geometrycznych przepływu (V_{bx}^* , V_{bz}^* , \dot{q}_z , W , $H = \text{const}$) zmiana temperatury wywołuje jedynie zmiany gradientu ciśnienia $\frac{\partial p}{\partial z}$,

natomiast parametry η_x , η_z oraz χ pozostają stałe. Właściwość ta okazała się bardzo ważna z praktycznego punktu widzenia, ponieważ umożliwiła rozprzęgnięcie równań ruchu i energii. Tak więc cyrkulacyjny przepływ stopu w kanale ślimaka można było potraktować jako izotermiczny, wyznaczając dla niego wartości η_x , η_z , χ oraz v_0 , które występują w odpowiednim równaniu energii. Rozwiązując to równanie, można było wyznaczyć profil temperatury, który po podstawieniu do równania (88) umożliwił obliczenie gradientu ciśnienia, a stąd i profilu ciśnienia tworzywa w strefie stapiania. Taką metodykę postępowania użyto w prezentowanym modelu matematycznym.

W przypadku klasycznego ujęcia przebiegu stapiania dynamicznego, który zakłada również teoria wytłaczania dynamicznego, tzn. kiedy w przekroju kanału w strefie stapiania można wyróżnić trzy obszary – poruszający się ze stałą prędkością klin tworzywa stałego, warstwę stapianą, w której tworzywo transportowane jest wyłącznie dzięki przepływowi wleczonemu oraz cyrkulujący stop, układ równań (86) odniesiony do tego ostatniego obszaru (wysokość H , szerokość $W-X$) rozwiązywano iteracyjnie, stosując do obliczania całek (86) metodę kwadratur Gaussa na pięciu węzłach. Przy znanym z bilansu masy objętościowym natężeniu przepływu z q dla danego przekroju można było w ten sposób iteracyjnie obliczyć wartości parametrów η_x , η_z , χ oraz v_0 .

Przy znanych już wartościach parametrów η_x , η_z , χ oraz v_0 rozwiązywano równanie energii omówione poniżej, z którego określono profil temperatury tworzywa, dalej z równania (88) gradient ciśnienia, a następnie profil ciśnienia.

Warto w tym miejscu dodać, że ostatnio udało się opracować analityczny algorytm, który dla prawa potęgowego eliminuje konieczność numerycznego rozwiązywania układu równań (86) umożliwiając bezpośrednio obliczenie gradientu ciśnienia wzdłuż osi kanału przy znanym natężeniu przepływu [197]. Z uwagi na to, iż jest to nowy problem, nie jest on elementem omawianej metodyki obliczania ciśnienia i temperatury.

PROFIL TEMPERATURY TWORZYWA W KANALE ŚLIMAKA

Profil temperatury tworzywa w strefie stapiania tuż przed zakończeniem rotacji ślimaka kształtowany jest przez procesy cieplne uwzględniające ewolucję profilu złoża stałego w całym okresie rotacji ślimaka. Obliczenie rozkładu temperatury stopu na długości kanału ślimaka w czasie jego rotacji oparto na przybliżonej metodzie zaproponowanej przez Basowa i Kazankowa [159], którą jednak dostosowano do potrzeb prezentowanego modelu.

Przy założeniu średniej temperatury stopionego tworzywa \bar{T} w danym przekroju kanału ślimaka o wysokości H oraz średniej szerokości W_1 , bilans energii w różniczkowej warstwie tworzywa o grubości dz leżącej w tym przekroju (odpowiadający uśrednionemu równaniu energii) przedstawić można następująco:

$$\rho_m c_m \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = +k_m \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \left(\tau_{xy} \frac{\partial v_x}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) - \rho_m c_m \bar{V}_{mz} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - \rho_m c_m \bar{V}_{wx} (\bar{T} - T_b) \quad (94)$$

gdzie:

\bar{V}_{wx} – średnia szybkość dopływu stopionego tworzywa z warstwy stapiania:

$$\bar{V}_{wx} = \frac{\Phi_s \sqrt{\frac{A(l)}{H(l)}}}{\rho_m H \left(1 - \frac{A(l)}{H(l)}\right)} \quad (95)$$

\bar{V}_{mz} – średnia szybkość przepływu uplastycznionego tworzywa / wzdłuż osi kanału:

$$\bar{V}_{mz} = \frac{\dot{q}_z}{H W_1} \quad (96)$$

$A(l)/H(l)$ – względna szerokość złoża stałego, zmniejszająca się na długości kanału ślimaka od 1 do 0

ρ_m – średnia gęstość stopionego polimeru

c_m – średnie ciepło właściwe stopionego polimeru

k_m – średnie przewodnictwo cieplne stopionego polimeru

przy czym \dot{q}_z jest skorygowanym natężeniem przepływu tworzywa określonym zależnością (129).

W równaniu (94) oprócz typowych elementów opisujących średnie szybkości akumulacji ciepła, wymiany na drodze przewodnictwa, generowania w wyniku tarcia wewnętrznego oraz wymiany na drodze konwekcji, występuje ponadto dodatkowy, ostatni człon uwzględniający wymianę ciepła z warstwą stapiania. Dla uproszczenia obliczeń przyjęto, że jej temperatura jest równa temperaturze cylindra T_b , a nie średniej temperaturze warstewki stopu wynikającej z teorii Tadmora [7], co nie wpływa jednak istotnie na końcowe wyniki obliczeń.

W ogólnym przypadku ocena szybkości wymiany ciepła na drodze przewodzenia wymaga znajomości współczynników wnikania ciepła na granicy cylinder – stopiony polimer i ślimak – stopiony polimer, które są zazwyczaj dostępne poprzez wykonanie odpowiednich pomiarów. Zakładając jednak, że przepływ cyrkulacyjny w kanale ślimaka powoduje pewne wyrównanie różnic temperatury stopu w przekroju kanału, można przyjąć, że wartość członu $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

opisującego lokalną wartość strumienia przewodzonego ciepła będzie słabo zależna od y i w przybliżeniu równa jego wartości średniej $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$.

Pozwala to na zastąpienie wyrażenia $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ przez $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

w równaniu (94), które przyjmuje przy tych założeniach postać:

$$k_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \Psi = \text{const} \quad (97)$$

gdzie Ψ oznacza wszystkie pozostałe człony równania (94) przeniesione na prawą stronę.

Równanie (97) można scałkować przy odpowiednich warunkach brzegowych. Założono więc, że ślimak w strefie stapiania jest neutralny, tzn. brak jest intensywnej wymiany ciepła na granicy stopione tworzywo – ślimak oraz że temperatura cylindra jest stała, co prowadzi do związków:

$$T(0) = \bar{T}, \quad T(H) = T_b \quad (98)$$

Przy czym średnią temperaturę w przekroju określono jako:

$$\bar{T} = \frac{1}{H} \int_0^H T dy \quad (99)$$

Rozwiązując równanie (94) z warunkami brzegowymi (98) oraz uśredniając wg (99), po wprowadzeniu kroku obliczeniowego Δ oraz kilku przekształceniach algebraicznych otrzymuje się wyrażenie

$$\frac{\Delta}{\bar{V}_{mz}} \frac{\partial (\bar{T} - T_b)}{\partial t} + \Delta \frac{\partial (\bar{T} - T_b)}{\partial z} + \frac{\bar{V}_{wx} \Delta}{\bar{V}_{mz}} (\bar{T} - T_b) + \frac{6 k_m \Delta}{H^2 \rho_m c_m \bar{V}_{mz}} (\bar{T} - T_b) - C = 0 \quad (100)$$

Wyraz C w równaniu (100), który reprezentuje średnią wartość szybkości generowania ciepła wskutek tarcia lepkiego można przedstawić zgodnie z wynikami pracy [183] jako:

$$C = k_0 \exp[-a(T_b - T_m)] \left| \frac{v_0}{H} \right|^{n+1}$$

$$\cdot \left[(1 - \eta_z) \left(\frac{V_{bz}^*}{v_0} + \frac{V_{bx}^*}{v_0} \frac{1}{\chi} \right) - (1 - \eta_x) \left(\frac{V_{bz}^*}{v_0} - \chi \frac{V_{bx}^*}{v_0} \right) \right] \exp[-a(\bar{T} - T_b)] \quad (101)$$

Wprowadzając zmienną

$$\theta = \bar{T} - T_b \quad (102)$$

jak również bezwymiarowe wielkości (czasową i przestrzenną)

$$\xi = \frac{\bar{V}_{mz} t}{\Delta}, \quad \text{gdzie } 0 \leq \xi \leq l_u \quad (103)$$

$$l = \frac{z}{\Delta}, \quad \text{gdzie } l_s \leq l \leq l_c \quad (104)$$

równaniu (100) można nadać postać bezwymiarową stosowaną do dalszych obliczeń numerycznych:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\partial \theta}{\partial l} = -B(l, \xi) \theta + C(l, \xi) \exp(-a \theta) \quad (105)$$

gdzie:

$$B(l, \xi) = \frac{\Phi_s \sqrt{\frac{A_f(l)}{H(l)}} \Delta}{\bar{V}_{mz} \rho_m H \left[1 - \frac{A_f(l)}{H(l)} \right]} + \frac{6 \alpha_m \Delta}{\bar{V}_{mz} H^2} \quad (106)$$

$$C(l, \xi) = \frac{k_0 \exp[-a(T_b - T_m)] \Delta}{\bar{V}_{mz} \rho_m c_m} \left| \frac{v_0}{H} \right|^{n+1} \left[(1 - \eta_z) \left(\frac{V_{bz}^*}{v_0} + \frac{V_{bx}^*}{v_0} \frac{1}{\chi} \right) - (1 - \eta_x) \left(\frac{V_{bz}^*}{v_0} - \chi \frac{V_{bx}^*}{v_0} \right) \right] \quad (107)$$

Równanie (105) jest nieliniowym równaniem różniczkowym cząstkowym pierwszego rzędu.

Numeryczne rozwiązania równania (105) oparto na metodzie zaproponowanej w pracy Tadmora [198]. W tym celu pochodną cząstkową zastąpiono odpowiednim ilorazem różnicowym:

$$\frac{\partial \theta}{\partial l} = \frac{\theta_{l+1} - \theta_{l-1}}{2} \quad (108)$$

Ponadto, zgodnie z zaleceniami [159] przyjęto jako warunek początkowy ($t=0$) i brzegowy ($z=0$), że temperatura stopionego tworzywa tuż po rozpoczęciu rotacji ślimaka (po stąpieniu sta-

tycznym) oraz temperatura tworzywa na początku strefy stapienia równe są temperaturze cylindra T_b , czyli

$$\theta_l(0) = 0 \quad \text{oraz} \quad \theta(l_s) = 0 \quad (109)$$

Przyjęto także, że temperatura stopionego tworzywa w przestrzeni przed ślimakiem, do której dozowane jest tworzywo, równa jest temperaturze stopu na końcu ślimaka, co oznacza, że

$$\theta(l_c - l_s) = \theta(l_c - l_s + 1) \quad (110)$$

Zatem, uwzględniając warunki (109) i (110), zgodnie z zaleceniami występującymi w pracy [159] można zapisać następujący układ równań różnicowych:

$$\begin{pmatrix} \theta_1^* \\ \theta_2^* \\ \theta_3^* \\ \theta_4^* \\ \vdots \\ \theta_{l_c-l_s}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-B_1) & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{2} & (1-B_2) & -\frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & (1-B_3) & -\frac{1}{2} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & (1-B_4) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (\frac{1}{2} - B_{l_c-l_s}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \vdots \\ \theta_{l_c-l_s} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{l_c-l_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-a\theta_1} \\ e^{-a\theta_2} \\ e^{-a\theta_3} \\ e^{-a\theta_4} \\ \vdots \\ e^{-a\theta_{l_c-l_s}} \end{pmatrix} \quad (111)$$

gdzie: $\{\theta_i^*\}$ ($i=1, 2, \dots, l_c-l_s$) oznacza wektor (dyskretny rozkład) temperatury otrzymany z wektora $\{\theta_i^*\}$ przy wzroście czasowej zmiennej ξ o jednostkę B_i oraz C_i są dyskretnymi wartościami parametrów równania (105), które z powodu ewolucji względnej szerokości łoża stałego podczas rotacji ślimaka zależą także od czasu ξ .

REKLAMA

PPH COOL | Lider w produkcji i sprzedaży chillerów z ekologicznym czynnikiem R290

To my oswoiłmy propan!



Seria AQUACOOOL GREEN

Modele wysoko- i średniotemperaturowe **VCGN / VCGV** ze sprężarkami tłokowymi i śrubowymi o wydajności chłodniczej 35-512 kW.



VCGF

Modele z funkcją Free Cooling o wydajności chłodniczej 60-180 kW.

SWG MINI

Modele wysokotemperaturowe i średniotemperaturowe o wydajności chłodniczej 10-40 kW.



PPH COOL ■ ul. Lipowa 10 ■ 05-123 Chotomów
tel. 22 772 64 18 ■ cool@cool.pl

cool.pl

Wektor temperatury $\{\Theta_i^*\}$ po pierwszym kroku obliczono wstawiając do układu $\{\Theta_i^*\} = 0$ (zgodnie z warunkiem początkowym). Ponieważ początkowy profil złoża stałego równy jest $A_i(l)/H(l)$ (profil po stąpieniu statycznym, tuż po czasie postoju ślimaka), z układu równań (86) można było wyznaczyć odpowiadające mu parametry η_x, η_z, χ oraz v_0 , a stąd początkową wartość współczynników C_i ze wzoru (107). Obliczony wektor temperatury po pierwszym kroku czasowym podstawiono w miejsce $\{\Theta_i^*\}$ do układu (111), wyznaczając równocześnie wartości B_i oraz C_i dla profilu złoża stałego po pierwszym kroku czasowym. Profil złoża po k -tym kroku czasowym $A_k(l)$ wyznaczyć można z formuły (70), podstawiając w niej w miejsce l_u wartość i z zakresu $0 \leq i \leq l_u$. Postępowanie to kontynuowano l_u razy, wyznaczając w ten sposób wektor temperatury odpowiadający czasowi zakończenia rotacji ślimaka t_r i szerokości złoża $A_f(l)/H(l)$ (profil złoża stałego po stąpieniu dynamicznym, tuż po zakończeniu rotacji ślimaka). Równocześnie w trakcie pełnego procesu obliczeniowego rejestrowano obliczeniowe maksimum temperatury stopu T_x , co umożliwiło określenie wielkości fluktuacji temperatury stopu ΔT_f w fazie uplastyczniania.

Rozwiązanie układu równań (111) umożliwia w konsekwencji wyznaczenie profilu temperatury stopionego polimeru na długości ślimaka po zakończeniu rotacji ślimaka. Dla przykładu, na rysunku 1 przedstawiono profile temperatury polimeru dla procesu wtryskiwania POM przy różnych prędkościach obrotowych ślimaka V (średnica ślimaka $D=25$ mm, temp.cyl. $T_b=210C$, ciśnienie uplastyczniania $pp=10$ MPa)

TEMPERATURA STOPIONEGO TWORZYWA W SZCZELINIE

Wyznaczenie temperatury stopionego polimeru w szczelinie pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindrem, odno-

szącej się do przepływu przeciekowego, jest ważnym elementem modelu symulacyjnego, mimo iż sam przepływ przeciekowy był pominięty jako mało istotny w ogólnym bilansie masy. Wyznaczenie wartości temperatury w szczelinie umożliwiło poprawne wyznaczenie mocy pobranej przez ślimak, momentu obrotowego na ślimaku oraz wydajności uplastyczniania. Analizę rozkładu temperatury podczas ścinania w szczelinie (praca niepublikowana) oparto o nieustalone równanie energii przy zaniedbaniu konwekcji i przewodnictwa wzdłuż i wszerz szczeliny dla uogólnionej cieczy newtonowskiej.

Tak więc szybkość ścinania w szczelinie o wysokości δ_e , traktowaną jako wektor określić można wyrażeniem

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{V}}{\delta_e} \tag{112}$$

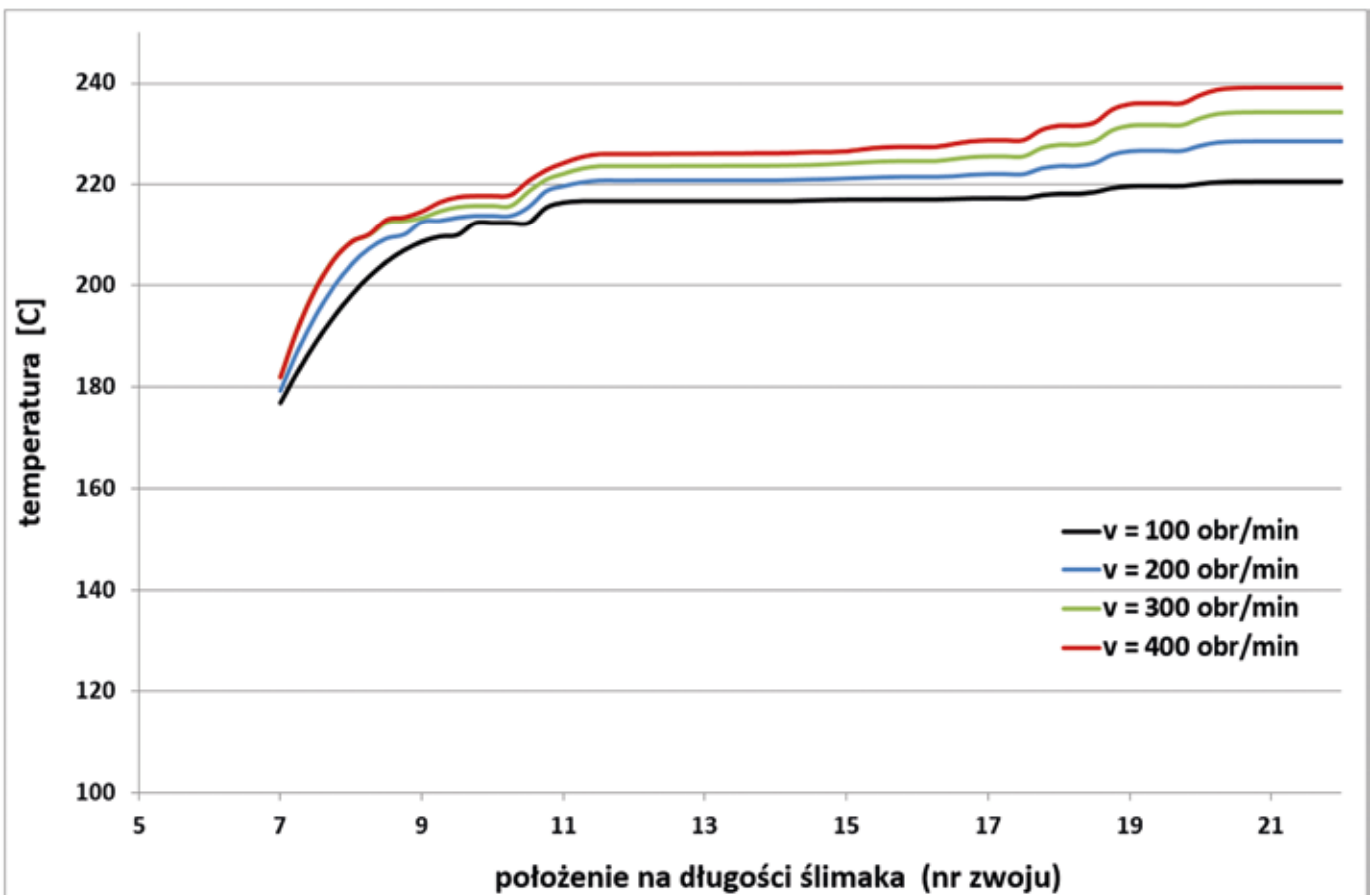
Jak widać, kierunek wektora szybkości ścinania jest taki sam jak wektora prędkości przemieszczenia \vec{V} stopu w szczelinie określonej wzorem

$$\vec{V} = \vec{V}_b + \vec{U} \tag{113}$$

Zakładając, że w szczelinie dominuje przepływ wleczony, a przepływ ciśnieniowy można zaniedbać, kierunek wektora naprężenia stycznego jest taki sam jak kierunek wektora szybkości ścinania w równaniu (112), a jej wartość określa równanie konstytutywne, np. równanie potęgowe stosowane w tych obliczeniach.

Długość wektora \vec{V} jako sumy wektorów prostopadłych jest równa

$$|\vec{V}| = \sqrt{V_b^2 + U^2} \tag{114}$$



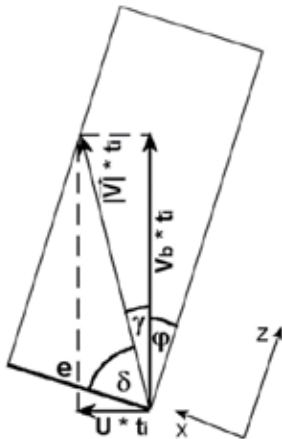
Rys. 1. Profile temperatury polimeru dla procesu wtryskiwania POM przy różnych prędkościach obrotowych ślimaka V (średnica ślimaka $D=25$ mm, temp.cyl. $T_b=210C$, ciśnienie uplastyczniania $pp=10$ MPa)

Czas ścinania w szczelinie równy jest czasowi przejścia od jednej do drugiej krawędzi zwoju o szerokości e i kącie natarcia φ , zgodnie z kierunkiem i prędkością określonymi przez wektor \vec{V} . Można go łatwo obliczyć na podstawie zależności geometrycznych z rysunku 2 jako:

$$t_i = \frac{e}{|\vec{V}| \sin(\varphi + \gamma)} \quad (115)$$

gdzie:

$$\gamma = \arctg \frac{U}{V_b} \quad (116)$$



Rys. 2. Analiza wektorowa przesunięcia cząstki tworzywa w szczelinie

Na mniejszej szerokości zwoju x czas ścinania jest proporcjonalnie mniejszy:

$$t = \frac{x}{|\vec{V}| \sin(\varphi + \gamma)} \quad (117)$$

Z równań (112-116) wynika, że w przypadku wytłaczania ($U=0$) stop ścinany jest w dłuższym czasie, lecz z mniejszą intensywnością niż podczas wtryskiwania.

Ocenę rozkładu temperatury podczas ścinania w szczelinie oparto o nieustalone równanie energii, które przy zaniedbaniu konwekcji oraz przewodnictwa wzdłuż i wszerz szczeliny dla uogólnionej cieczy newtonowskiej przyjmuje postać:

$$\rho_m c_m \frac{\partial T}{\partial t} = k_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \eta |\dot{\gamma}|^2 \quad (118)$$

Uśredniając na grubości szczeliny δ_e , równanie (118) przyjmuje postać

$$\frac{\rho_m c_m}{\delta_e} \frac{\partial \int_0^{\delta_e} T dy}{\partial t} = \frac{k_m}{\delta_e} \left[\left(\frac{\delta T}{\delta y} \right)_{y=\delta_e} - \left(\frac{\delta T}{\delta y} \right)_{y=0} \right] + \frac{\int_0^{\delta_e} \eta dy}{\delta_e} |\dot{\gamma}|^2 \quad (119)$$

Z uwagi na dużą intensywność, krótki czas ścinania oraz częściovą kompensację efektów cieplnych przy powierzchni cylindra i zwoju założono, że przepływ ma w przybliżeniu charakter adiabatyczny (brak jest istotnej wymiany ciepła na ścianach szczeliny, tj. pochodne w nawiasie kwadratowym są równe zero). Równanie (119) przybiera więc uproszczoną postać

$$\rho_m c_m \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \bar{\eta} |\dot{\gamma}|^2 \quad (120)$$

przy czym zgodnie z równaniem potęgowym lepkość średnią można zdefiniować wzorem

$$\bar{\eta} = k_0 \cdot e^{-a(\bar{T}-T_m)} |\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (121)$$

gdzie k_0 , a , n - stałe równania potęgowego.

Szybkość ścinania wynika bezpośrednio z równań (112) i (114).

Równanie (120) z lepkością wyrażoną wzorem (121) można bezpośrednio scałkować z warunkiem początkowym

$$\bar{T}(t = 0) = T_b \quad (122)$$

gdzie T_b jest temperaturą cylindra (temperaturą warstewki tworzywa przy powierzchni cylindra, która wchodzi do szczeliny i podlega intensywnemu ścinaniu).

Rozwiązanie równania (120), które uwzględni zależność (117), ma postać

$$e^{a(\bar{T}-T_m)} = \frac{k_0 a}{\rho_m c_m \sin(\varphi + \gamma)} \left| \frac{\vec{V}}{\delta_e} \right|^n \frac{x}{\delta_e} + e^{a(T_b-T_m)} \quad (123)$$

Z równania (123) obliczyć można temperaturę stopionego tworzywa w szczelinie (dla $x=e$):

$$\bar{T}_{slit} = T_b + \frac{1}{a} \ln \left[\frac{k_0 a e^{-a(T_b-T_m)}}{\rho_m c_m \sin(\varphi + \gamma)} \left| \frac{\vec{V}}{\delta_e} \right|^n \frac{e}{\delta_e} + 1 \right] \quad (124)$$

W toku obliczeń symulacyjnych stwierdzono, że temperatury stopionego polimeru wyznaczone z zależności (124) przyjmują wartości nieco wyższe od średniej temperatury cylindra, lecz są jak najbardziej realne. W tabeli 1 przedstawiono przykładowe wartości tych temperatur dla wybranych termoplastów w standardowych warunkach przetwarzania.

Tabela 1. Wartości temperatury stopu w szczelinie pomiędzy wierzchołkiem uzwojenia ślimaka a cylindrem wyznaczone ze wzoru (128) po czasie rotacji t_r (równym czasowi ścinania - p. wzór 119)

Polimer	LDPE	HDPE	PP	POM
średnia temperatura cylindra T_b [°C]	180	190	230	210
średnia temperatura stopu w szczelinie T_{slit} [°C]	197	206	236	225

Jak widać, temperatura stopu w szczelinie, wyznaczona z zależności (124) jest o ok. 10-15°C wyższa od średniej temperatury cylindra dla poszczególnych polimerów, co wydaje się być realną wartością temperatury w typowych warunkach przetwarzania. Temperatura ta zbliża się do wartości średniej temperatury tworzywa w przekroju poprzecznym kanału, wyznaczonej z modelu i jest od niej wyższa tylko o kilka stopni. Z tego powodu tę metodę wyznaczania średniej temperatury stopionego tworzywa w szczelinie wykorzystano na potrzeby modelu matematycznego.

Artykuł został opublikowany w monografii pr. Modelowanie procesu uplastyczniania tworzyw polimerowych przy wtryskiwaniu”, Oficyna Wydawnicza PWR 2021, s. 52-61.

Dr inż. Jacek Iwko
Politechnika Wrocławska
Wydział Mechaniczny